

Puissances

Calculez $A^0, A^1, A^2, A^3, \dots$, puis A^n , pour $n \in \mathbb{N}^*$, dans les cas suivants :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \text{Réponse}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \text{Réponse}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \text{Réponse}$$

Réponses :

$$A^1 = A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2,$$

donc : $A^5 = A$; $A^6 = A^2$ etc..

et finalement : $A^n = A^{n \bmod 4}$, $n \bmod 4$ signifiant le reste entier de la division euclidienne de n par 4

[← Retour](#)

Réponses :

$$A^1 = A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 8 \end{pmatrix},$$

et finalement, pour $n \in \mathbb{N}^*$: $A^n = \begin{pmatrix} 2^{n-1} & 0 & 2^{n-1} \\ 0 & 0 & 0 \\ 2^{n-1} & 0 & 2^{n-1} \end{pmatrix},$

[↩ Retour](#)

Réponses :

$$A^1 = A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} 27 & 27 & 27 \\ 27 & 27 & 27 \\ 27 & 27 & 27 \end{pmatrix},$$

et finalement, pour $n \in \mathbb{N}^*$: $A^n = \begin{pmatrix} 3^{n-1} & 3^{n-1} & 3^{n-1} \\ 3^{n-1} & 3^{n-1} & 3^{n-1} \\ 3^{n-1} & 3^{n-1} & 3^{n-1} \end{pmatrix},$

[↩ Retour](#)