

Limites d'expressions irrationnelles

Cas $x \rightarrow \pm\infty$

1. On fait attention aux domaines (argument d'une racine ≥ 0)
2. On remplace x par $\pm\infty$, si on tombe sur une limite connue (voir documents), c'est bon!
3. On remplace x par $\pm\infty$, si on tombe sur une forme indéterminée, alors on essaie

a) de mettre en évidence

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 - 1} - x \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 \left(4 - \frac{1}{x^2}\right)} - x \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} |x| \sqrt{4 - \frac{1}{x^2}} - x \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sqrt{4 - \frac{1}{x^2}} - x \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{4 - \frac{1}{x^2}} - 1 \right) \\
 &= [+\infty(\sqrt{4 - 0^+} - 1)] \\
 &= [+\infty(2 - 1)] \\
 &= +\infty
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 - 1} - x \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 \left(4 - \frac{1}{x^2}\right)} - x \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} |x| \sqrt{4 - \frac{1}{x^2}} - x \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} -x \sqrt{4 - \frac{1}{x^2}} - x \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} -x \left(\sqrt{4 - \frac{1}{x^2}} + 1 \right) \\
 &= [+\infty(\sqrt{4 - 0^+} + 1)] \\
 &= [+\infty(2 + 1)] \\
 &= +\infty
 \end{aligned}$$

👉 [page suivante](#)

b) de multiplier par le conjugué

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 1} - x \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 - 1} - x)(\sqrt{x^2 - 1} + x)}{\sqrt{x^2 - 1} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1 - x^2}{\sqrt{x^2 - 1} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1} + x} \\ &= \left[\frac{-1}{\sqrt{+\infty - 1} + (+\infty)} \right] \\ &= \left[\frac{-1}{+\infty} \right] \\ &= 0^- \end{aligned}$$

Avec un peu de flair (et beaucoup d'exercice), vous trouverez laquelle des méthodes il faut employer, il vous faudra parfois recourir plusieurs fois de suite à l'une des méthodes ou employer les deux !

Vous trouvez des exercices à la [page suivante](#) :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{4x^2 - x + 1}{(x-1)}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^2 + x}{(x+1)^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^2 + x}{(x+1)^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+4}{\sqrt{x^2-16}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+4}{\sqrt{x^2-16}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 11x - 3}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 11x - 3}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 1} - 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - 2x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{-x+1} + x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - 2}{-x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - 2}{-x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}{\sqrt{x-2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x+1}} - \frac{x}{\sqrt{x-1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x + 1} + 2x - 1$$


$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x + 1} + 2x - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{\sqrt{x^2+4} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{\sqrt{x^2+4} - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{2x-1 + \sqrt{4x^2 + x + 1}}$$

Cliquez  [ici](#) pour toutes les réponses.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{4x^2 - x + 1}{(x-1)}} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{x^2 + x}{(x+1)^2}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^2 + x}{(x+1)^2}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+4}{\sqrt{x^2-16}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+4}{\sqrt{x^2-16}} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 11x - 3}}{x} = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 11x - 3}}{x} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x-3} = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1} = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 1} - 2x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - 2x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{-x+1} + x}{x} = \textit{inexistent}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1} = \textit{inexistent}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - 2}{-x+1} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - 2}{-x+1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{2} + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x+1}} - \frac{x}{\sqrt{x-1}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x + 1} + 2x - 1 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 + x + 1} + 2x - 1 = -\frac{5}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{\sqrt{x^2+4} - 2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{\sqrt{x^2+4} - 2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}\sqrt{x+1} - \sqrt{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{2x-1 + \sqrt{4x^2 + x + 1}} = +\infty$$

👉 [Retour](#)