

## Limites de fractions rationnelles

Cas  $x \rightarrow a \in \mathbb{R}$

On remplace  $x$  par  $a$ , si on tombe sur une valeur réelle, c'est la limite!  
Calculez par exemple :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x+1}{x+2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{1}{x} + 1 \right)$$

Cliquez  [ici](#) pour les réponses.

On remplace  $x$  par  $a$ , si on tombe sur forme indéterminée (voir documents), on met sur un seul dénominateur (dénominateur commun, addition des fractions),

a) on factorise numérateur et dénominateur et on simplifie par les facteurs communs  
ou

b) on divise numérateur et dénominateur par  $x-a$  autant de fois que c'est possible (pour les deux).

Après simplification ou division, on remplace de nouveau  $x$  par  $a$ . Si alors

1) on tombe sur la forme  $\frac{b}{c}$  avec  $b, c \in \mathbb{R}, c \neq 0$ , alors c'est déjà la limite.

2) on tombe sur la forme  $\frac{b}{c}$  avec  $b \in \mathbb{R}, c = 0, b \neq 0$ , alors, il faut décider (discussion du signe du dénominateur) si le dénominateur  $c \rightarrow 0^+$  ou  $c \rightarrow 0^-$  et employer le tableau suivant pour trouver la limite cherchée :

:	$c \rightarrow 0^+$	$c \rightarrow 0^-$
$b > 0$	$+\infty$	$-\infty$
$b < 0$	$-\infty$	$+\infty$

Exercices  [page suivante](#) :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)^2}{x^4 - 16}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}^-} \frac{-x^2 + 3x}{2x + 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{5}{3}^+} \frac{4x + 7}{3x - 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - 14x + 20}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{(x - 1)^2(x + 3)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 40}{-2x^2 - 12x - 18}$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{-2x^2 + 1}{(x + 4)(x + 5)^2(-2x^2 + 3x + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{-2x^2 + 1}{(x + 4)(x + 5)^2(-2x^2 + 3x + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{4x - 5}{(x + 1)^2(-3x^2 - 2x + 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 + x^2 - 16x + 20}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 + x^2 - 16x + 20}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x^3 + x^2 - 16x + 20}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + x^2}$$

Cliquez [👉 ici](#) pour toutes les réponses, d'autres exercices à la [👉 page suivante](#) :

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{4}{-x+4} - \frac{4x-10}{x-4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{3(x^2-1)} - \frac{1}{2(x^3-1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+6}{x^2-16} - \frac{x+1}{x(x-4)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{1-x^2} - \frac{3}{1-x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-7}{x^2-x-2} - \frac{1}{x^2-3x+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x-5}{x^2-x-12} - \frac{55}{7x^2+7x-42}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3+\frac{x+1}{x-2}}{x+\frac{x^2}{x-2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+\frac{x+1}{x-3}}{2x+1-\frac{x^2}{x-3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \left( 1 + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (x^2-6x+5) \frac{x-3}{x^2-7x+10}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \left( \frac{1}{x^4-1} - \frac{1}{x^3-1} - \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x-1} \right)$$


Cliquez  [ici](#) pour toutes les réponses. D'autres exercices à la  [page suivante](#) :

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x}{x-5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x}{x-5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x}{|x-5|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x}{|x-5|}$$

Cliquez  [ici](#) pour toutes les réponses.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x+1}{x+2} \right) = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{1}{x} + 1 \right) = 0$$

 [Retour](#)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)^2}{x^4 - 16} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{5}{2}^-} \frac{-x^2 + 3x}{2x + 5} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{5}{3}^+} \frac{4x + 7}{3x - 5} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{2x^2 - 14x + 20} = -\frac{5}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x - 1)^2(x + 3)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 40}{-2x^2 - 12x - 18} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{-2x^2 + 1}{(x + 4)(x + 5)^2(-2x^2 + 3x + 1)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{-2x^2 + 1}{(x + 4)(x + 5)^2(-2x^2 + 3x + 1)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{4x - 5}{(x + 1)^2(-3x^2 - 2x + 1)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 + x^2 - 16x + 20} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 + x^2 - 16x + 20} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x^3 + x^2 - 16x + 20} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + x^2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + x^2} = 2$$

 [Retour](#)

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{4}{-x+4} - \frac{4x-10}{x-4} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{3(x^2-1)} - \frac{1}{2(x^3-1)} = \frac{1}{12}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+6}{x^2-16} - \frac{x+1}{x(x-4)} = \frac{1}{32}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{1-x^2} - \frac{3}{1-x^3} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-7}{x^2-x-2} - \frac{1}{x^2-3x+2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x-5}{x^2-x-12} - \frac{55}{7x^2+7x-42} = -\frac{92}{245}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3+\frac{x+1}{x-2}}{x+\frac{x^2}{x-2}} = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+\frac{x+1}{x-3}}{2x+1-\frac{x^2}{x-3}} = -\frac{4}{9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2)\left(1 + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}\right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (x^2-6x+5)\frac{x-3}{x^2-7x+10} = \frac{8}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)\left(\frac{1}{x^4-1} - \frac{1}{x^3-1} - \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x-1}\right) = \frac{5}{12}$$

 [Retour](#)

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x}{x-5} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x}{x-5} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x}{|x-5|} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x}{|x-5|} = +\infty$$

 [Retour](#)