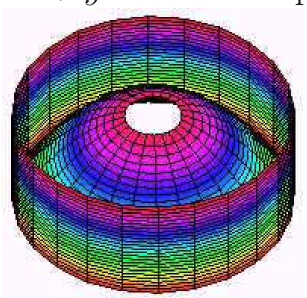
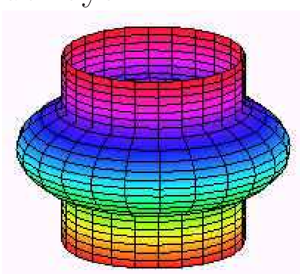
Intégrales multiples - Domaines et calculs de volumes cylindriques - Série 2

Passez en coordonnées cylindriques, puis cherchez les volumes suivants :

1. Volume déterminé par le paraboloïde $z = 9 - x^2 - y^2$ et le cylindre d'équation $x^2 + y^2 = 4$ ainsi que le plan de base $z = 0$



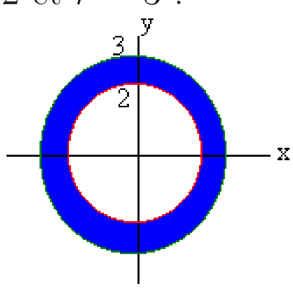
2. Volume déterminé par la sphère $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ et le cylindre $x^2 + y^2 = 1$
3. Volume déterminé par les surfaces $z = x^2 + y^2$ (1), $x^2 + y^2 = 2x$ (2) et $z = 0$
4. Volume restant d'une sphère de rayon 3 après qu'on y ait foré un trou cylindrique de rayon 2



Cliquez ☞ **ici** pour toutes les réponses.

Réponses

1. En coordonnées cylindriques, le cylindre a l'équation $r = 2$ donc r varie de 0 à 2, le paraboloïde a l'équation $z = 9 - r^2$, donc z varie de 0 à $9 - r^2$, θ variant de 0 à 2π
$V = \int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_0^{9-r^2} rdzdrd\theta = 28\pi$
2. En coordonnées cylindriques, le cylindre a l'équation $r = 1$ donc r varie de 0 à 1, la sphère a l'équation $z^2 = 4 - r^2$, donc z varie de $-\sqrt{4-x^2}$ à $\sqrt{4-x^2}$, θ variant de 0 à 2π
$V = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{-\sqrt{4x^2}}^{\sqrt{4x^2}} rdzdrd\theta = \frac{4}{3}(8 - 3\sqrt{3})$
3. En coordonnées cylindriques, (1) est un paraboloïde d'équation $z = r^2$ et (2) est un cylindre de base circulaire avec centre ($r = 1$; $\theta = 0$) d'équation $r = 2cos\theta$
$V = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2cos\theta} \int_0^{r^2} rdzdrd\theta = \frac{3\pi}{2}$
4. En coordonnées cylindriques, nous intégrons sur l'anneau cylindrique entre $r = 2$ et $r = 3$:



la sphère a l'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, en coordonnées cylindriques $r^2 + z^2 = 9$, donc z varie entre $-\sqrt{9-r^2}$ et $\sqrt{9-r^2}$, θ variant évidemment de 0 à 2π :
$V = \int_0^{2\pi} \int_2^3 \int_{-\sqrt{9-r^2}}^{\sqrt{9-r^2}} rdzdrd\theta = \frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$

☞ **Retour**