

Équations différentielles

$$a(x)y' - b(x)y = c(x)y^n \text{ avec } a \in \mathbb{R}$$

(Bernoulli)

Les solutions de l'équation $a(x)y' - b(x)y = c(x)y^n$, avec $a(x), b(x)$ et $c(x)$ fonctions de x , sont obtenues

- 1) En notant la solution particulière $y = 0$, sinon :
- 2) En reformulant l'équation : $a(x)\frac{y'}{y^n} - b(x)\frac{1}{y^{n-1}} = c(x)$
- 3) En posant $z = y^{1-n}$, $z' = \frac{1-n}{y^n}$
- 4) En résolvant l'équation linéaire obtenue : $\frac{a(x)}{1-n}z' - b(x)z = c(x)$
- 5) En revenant à l'inconnue initiale au moyen de : $y^{1-n} = z$

Exemple

Énoncé

Trouver toutes les solutions de l'équation $xy' + 2y = (x - 1)y^2$

Réponse

- Solution particulière : $y = 0$
- $x\frac{y'}{y^2} + \frac{2}{y} = x - 1$
- $z = \frac{1}{y}$
- $-xz' + 2z = x - 1$ équation linéaire
- $z = kx^2 + x + \frac{1}{2}$ voir résolution des équations linéaires
- $y = \frac{1}{kx^2 + x + \frac{1}{2}}$ ou $y = 0$

☞ Exercices

Exercices :

Trouver toutes les solutions de :

$$y' - y = xy^2 \quad (1)$$

$$yy' - xy^2 + x = 0 \quad (2)$$

$$y' + y = y^2 e^x \quad (3)$$

$$xdy + ydx = x^3 y^6 dx \quad (4)$$

$$(2xy^5 - y)dx + 2xdy = 0 \quad (5)$$

↳ Réponses

↳ Retour

Réponses :

$$(1) \quad y = \frac{1}{1 - x + ke^{-x}}, k \in \mathbb{R}$$

$$(2) \quad y = \sqrt{1 + ke^{x^2}}, k \in \mathbb{R}$$

$$(3) \quad y = -\frac{1}{k + xe^x}, k \in \mathbb{R}$$

$$(4) \quad y = \sqrt[5]{\frac{2}{kx^5 + 5x^3}}, k \in \mathbb{R}$$

$$(5) \quad y = \sqrt[4]{\frac{3x^2}{4x^3 + k}}, k \in \mathbb{R}$$

[👉 Retour](#)