Équations différentielles $a(x)y' - b(x)y = c(x)$ Méthode par le facteur intégrant

On réduit l'équation à la forme $y' + p(x)y = q(x)$ en divisant par $a(x) \neq 0$!!
Les solutions de l'équation $y' + p(x)y = q(x)$, avec $p(x)$ et $q(x)$ fonctions de x, sont les fonctions $y = \frac{\int u(x)q(x)dx + k}{u(x)}, k \in \mathbb{R}$ où $u(x) = e^{\int p(x)dx}$

Exemple

Énoncé

Trouver toutes les solutions de l'équation $y' - y = x - 1$

Réponse

$p(x) = -1\,;\ q(x) = x - 1$
$u(x) = e^{\int -1dx} = e^{-x}$
$y = \frac{\int e^{-x}(x-1)dx + k}{e^{-x}} = -x + ke^x, k \in \mathbb{R}$

Exercices

Trouver la solution de :

$$y' + xy = x; y(0) = 2 \tag{1}$$
$$xy' + y = x; y(1) = -1 \tag{2}$$

Trouver toutes les solutions de :

$$(x+1)y' + y = 1 \tag{3}$$
$$y' + tan(x)y = cos^2 x \tag{4}$$

☞ Réponses

Réponses :

$$(1) y = 1 + e^{\frac{x^2}{2}}$$
$$(2) y = \frac{-3 + x^2}{2x}$$
$$(3) y = \frac{k + x}{x + 1}, k \in \mathbb{R}$$
$$(4) y = cosx(sinx + k), k \in \mathbb{R}$$

☞ Retour