Équations différentielles $y' - ay = 0$ avec $a \in \mathbb{R}$

Les solutions de l'équation $y' - ay = 0$ avec $a \in \mathbb{R}$ sont les fonctions $y = ke^{ax}, k \in \mathbb{R}$

Exemple

Énoncé

Trouver toutes les solutions de l'équation $3y' - 2y = 0$, puis la solution f telle que f(3)=-1.

Réponse

L'équation $3y' - 2y = 0$ s'écrit $y' - \frac{2}{3}y = 0$ et possède ainsi les solutions $f(x) = y = ke^{\frac{2}{3}x}, k \in \mathbb{R}$
$-1 = ke^{\frac{2}{3}3}$ fournit $k = -e^{-2}$, donc la solution demandée est $f(x) = -e^{-\frac{2}{3}x-2}$.

Exercices

Trouver toutes les solutions de :

$$y' = 2y \tag{1}$$

$$\sqrt{3}y' = y \tag{2}$$

$$y' + y = 0 \tag{3}$$

Soit $y = f(x)$. Trouver chaque fois la solution particulière de :

$$y' + 2y = 0; \quad f(1) = 3 \tag{4}$$

$$2y' = y; \quad 2f(-1) = 3 \tag{5}$$

$$y - 2y' = 0; \quad f(0) = 3 \tag{6}$$

☞ Réponses

Réponses :

$$(1) \qquad y = ke^{2x}, \quad k \in \mathbb{R}$$
$$(2) \qquad y = ke^{\frac{\sqrt{3}}{3}x}, \quad k \in \mathbb{R}$$
$$(3) \qquad y = ke^{-x}, \quad k \in \mathbb{R}$$

$$(4) \qquad y = 3e^{-2x+2}$$
$$(5) \qquad y = \frac{3}{2}e^{\frac{1}{2}(x+1)}$$
$$(6) \qquad y = 3e^{\frac{1}{2}x}$$

☞ Retour