Équations du premier degré à une inconnue

d'après N.J. Schons - Éléments d'Algèbre La Procure Namur 10e édition 1986

Série 15 : Formes littérales

Résoudre les équations littérales suivantes en supposant que les dénominateurs ne s'annullent pas :

1) $(b+c)^2 = \dfrac{b^3-c^3}{b-c} + \dfrac{bc(b+c)}{x}$

2) $(b-c)^2 = \dfrac{b^3+c^3}{b+c} - \dfrac{bc(b-c)}{x}$

3) $[(a^2-b^2)x-1]^2 + (2abx-1)^2 = [(a^2+b^2)x+1]^2$

4) $\dfrac{x+a^2}{(a+b-c)(a-b+c)} + \dfrac{x-b^2-c^2}{(c-a-b)(b-a-c)} = 1$

5) $\dfrac{(m+n)(mnx+nx^2+x^3)}{x^3+nx^2-m^2x-m^2n} = \dfrac{nx^2}{x^2-m^2} + \dfrac{mx}{x+n} + \dfrac{mn}{x-m}$

6) $\dfrac{a(a^2x-b^2x)}{b} + \dfrac{b(a^2x-b^2x}{a} + \dfrac{2ab}{a+b} = \dfrac{(a+b)^2(a^2x-b^2x)}{ab}$

7) $\dfrac{3abc}{a+b} + \dfrac{a^2b^2}{(a+b)^3} - \dfrac{3acx+bx}{a} = -\dfrac{2b^2x}{(a+b)^2} - \dfrac{b^3x}{a(a+b)^2}$

8) $\dfrac{x-(a-1)}{x-a} - \dfrac{x-a}{x-(a+1)} = \dfrac{x-(b-1)}{x-b} - \dfrac{x-b}{x-(b+1)}$

Remarque : Accepter uniquement les solutions qui n'annullent pas de dénominateur

☞ **ici** les réponses

Réponses :

1) $S = \{b + c\}$ ☞ indication
2) $S = \{b - c\}$ ☞ indication
3) $S = \{\dfrac{1}{4a(a + b)}\}$ ☞ indication
4) $S = \{bc\}$ ☞ indication
5) $S = \{\dfrac{n^2}{m}\}$ ☞ indication
6) $S = \{\dfrac{ab}{(a + b)^2(a - b)}\}$ ☞ indication
7) $S = \{\dfrac{ab}{a + b}\}$ ☞ indication
8) $S = \{\dfrac{a + b + 1}{2}\}$ ☞ indication

☞ Retour

Indications :

1) : Simplifier la fraction en factorisant le numérateur par la formule $b^3 - c^3 = (b - c)(b^2 + bc + c^2)$

2) : Simplifier la fraction en factorisant le numérateur par la formule $b^3 + c^3 = (b + c)(b^2 - bc + c^2)$

3) : Prendre le premier terme dans le second membre et effectuer une différence de deux carrés.

4) : Noter que les deux dénominateurs sont égaux.

5) : Factoriser le dénominateur du premier membre par la méthode des groupements. On obtient $(x^2 - m^2)(x + n)$

6) : Grouper dans un membre toutes les fractions renfermant x

7) : Multiplier par le dénominateur commun qui vaut $a(a + b)^2$

8) : Soustraire séparément les fractions des premier et deuxième membres.